SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH PHƯỚC

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 01 trang)

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 12
NĂM HỌC 2017-2018
MÔN THI: TOÁN
Thời gian: 180 phút ***(không kể thời gian giao đề)***
Ngày thi: 28/09/2017

Câu 1. (*THPT 4,0 điểm; GDTX 5,0 điểm*). Cho hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $\Delta_1: 2x-y+4=0$ bằng $\dfrac{2}{3}$ lần khoảng cách từ M đến đường thẳng $\Delta_2: x-2y+5=0$.

Câu 2. (*THPT 6,0 điểm; GDTX 6,0 điểm*).

a) Giải phương trình: $\dfrac{4\cos^3 x+2\cos^2 x\left(2\sin x-1\right)-\sin 2x-2\left(\sin x+\cos x\right)}{2\sin^2 x-1}=0$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y^3(x^6-1)+3y(x^2-2)+3y^2+4=0 \\ (4x+3)\left(\sqrt{4-xy\left(x^2-1\right)}+\sqrt[3]{3x+8}-1\right)=9 \end{cases}$ $\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$.

c) Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển thành đa thức của $\left[1+x^2(1-x)\right]^{n+2}$. Biết rằng $C_{2n}^0+C_{2n}^2+...+C_{2n}^{2n}=2048$.

Câu 3. (*THPT 4,0 điểm; Thí sinh hệ GDTX không phải làm câu 3b, GDTX 3,0 điểm*).

a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình vuông *ABCD* có $A(-1;2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh CD và AD, K là giao điểm của BM với CN. Viết phương trình của đường tròn ngoại tiếp tam giác BNK, biết đường thẳng BM có phương trình $2x+y-8=0$ và điểm B có hoành độ lớn hơn 2.

b) Cho đường tròn (O) đường kính AB, một đường thẳng d không có điểm chung với đường tròn (O) và d vuông góc với AB kéo dài tại K (B nằm giữa A và K). Gọi C là một điểm nằm trên đường tròn (O), (C khác A và B). Gọi D là giao điểm của AC và d, từ D kẻ tiếp tuyến DE với đường tròn (E là tiếp điểm và E, C nằm về hai phía của đường kính AB). Gọi F là giao điểm của EB và d, G là giao điểm của AF và (O), H là điểm đối xứng của G qua AB. Chứng minh ba điểm F, C, H thẳng hàng.

Câu 4. (*THPT 3,0 điểm; GDTX 4,0 điểm*). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với , $AB=AD=a, CD=2a.$ Biết rằng hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy bằng 45^0. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BC.

Câu 5. (*THPT 2,0 điểm; GDTX 2,0 điểm*).

Cho $x>0, y>0$ thỏa $x^4+y^4+4=\dfrac{6}{xy}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{1+2x}+\dfrac{1}{1+2y}+\dfrac{3-2xy}{5-x^2-y^2}$.

Câu 6. (*THPT 1,0 điểm; Thí sinh hệ GDTX không phải làm câu 6*). Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1=a\geq 1 \\ u_{n+1}=u_n\left(u_n^{2017}+1\right) \end{cases}, \forall n\in N^*$. Tìm $\lim\left(\dfrac{u_1^{2017}}{\sqrt{u_2}+\dfrac{u_2}{\sqrt{u_1}}}+\dfrac{u_2^{2017}}{\sqrt{u_3}+\dfrac{u_3}{\sqrt{u_2}}}+...+\dfrac{u_n^{2017}}{\sqrt{u_{n+1}}+\dfrac{u_{n+1}}{\sqrt{u_n}}}\right)$.

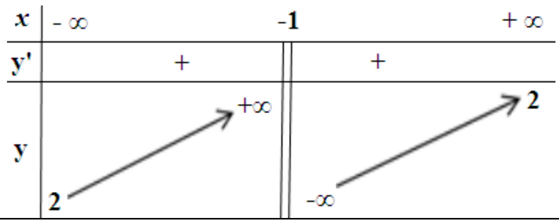
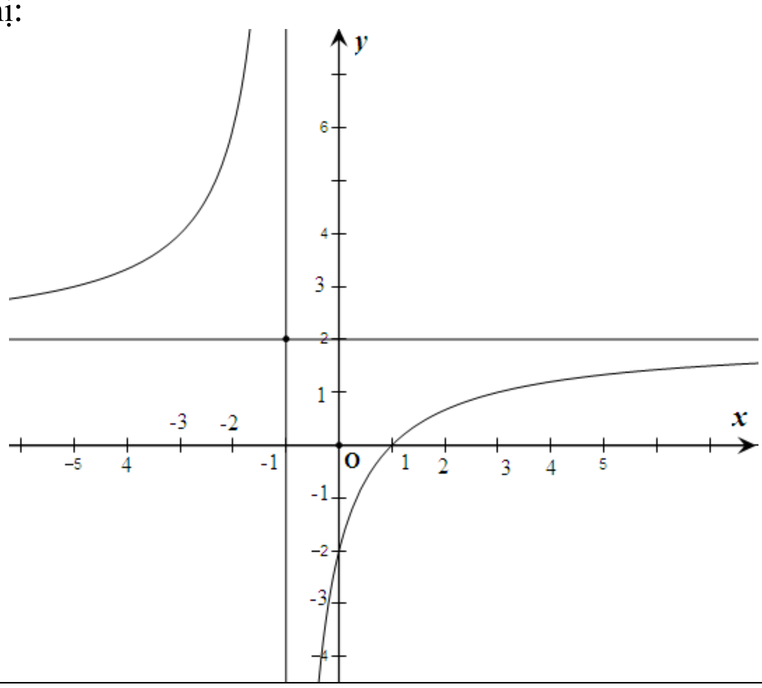
Hết

Lưu ý: *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính bỏ túi, giám thị coi thi không giải thích gì thêm.*
Họ và tên thí sinh:..Số báo danh:..
Chữ ký của giám thị 1:..Chữ ký của giám thị 2:..................................

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH PHƯỚC
Hướng dẫn chấm gồm 07 trang

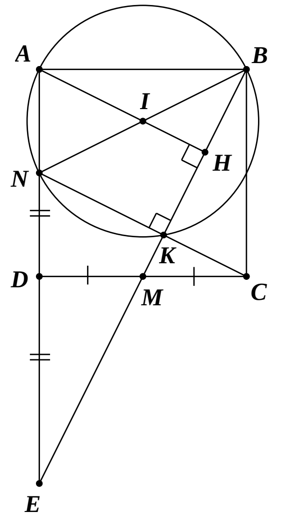
HƯỚNG DẪN CHẤM KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI
CẤP TỈNH LỚP 12 NĂM HỌC 2017-2018
MÔN THI: TOÁN

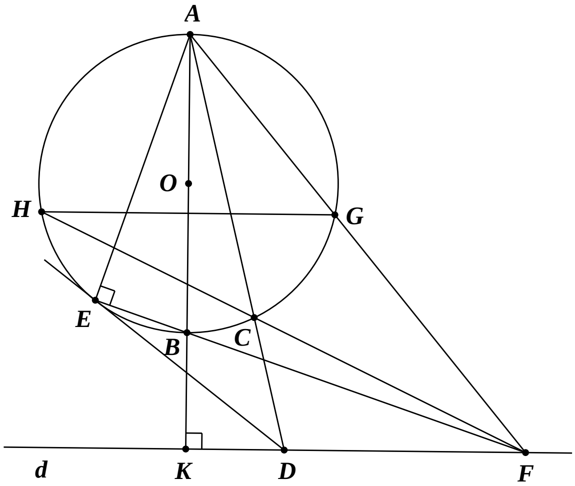
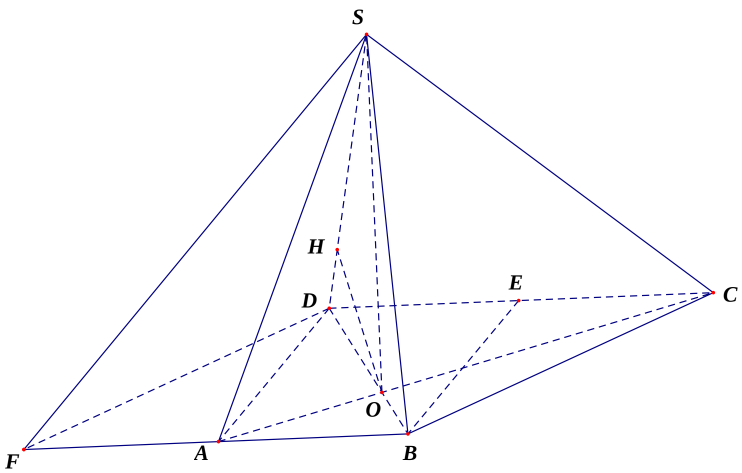
Lưu ý: Điểm toàn bài lấy điểm lẻ đến 0,25; thí sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

Câu	Nội dung	Điểm THPT	Điểm GDTX
1	Cho hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ **a)** Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số. **b)** Tìm điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $\Delta_1 : 2x-y+4=0$ bằng $\dfrac{2}{3}$ lần khoảng cách từ M đến đường thẳng $\Delta_2 : x-2y+5=0$.	***4,0***	***5,0***
1a	⊕ TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ ⊕ Sự biến thiên $y'=\dfrac{4}{(x+1)^2}>0, \forall x\neq -1$ nên hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.	***0,5***	***0.5***
	⊕ Ta có $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{2x-2}{x+1}=+\infty; \lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{2x-2}{x+1}=-\infty \Rightarrow$ Đồ thị của hàm số nhận đường thẳng có phương trình $x=-1$ là tiệm cận đứng. ⊕ Ta có $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{2x-2}{x+1}=2; \lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{2x-2}{x+1}=2 \Rightarrow$ Đồ thị của hàm số nhận đường thẳng có phương trình $y=2$ là tiệm cận ngang.	***0,5***	***0.5***
	Bảng biến thiên  	***0,5***	***0.5***
	⊕ Điểm đặc biệt: $(-2;6),(-3;4)(0;-2),(1;0)$. ⊕ Đồ thị hàm số nhận giao điểm hai tiệm cận $I(-1;2)$ là tâm đối xứng. ⊕ Đồ thị:  	***0,5***	***1,0***

1b	$\oplus$ Giả sử $M\left(x_0;\dfrac{2x_0-2}{x_0+1}\right)\in(C);x_0\neq -1$. Ta có: $d_1=d\left(M,\Delta_1\right)=\dfrac{\left\lvert 2x_0-\dfrac{2x_0-2}{x_0+1}+4\right\rvert}{\sqrt{5}}=\dfrac{\left\lvert\dfrac{2x_0^2+4x_0+6}{x_0+1}\right\rvert}{\sqrt{5}}$ $d_2=d\left(M,\Delta_2\right)=\dfrac{\left\lvert x_0-2\dfrac{2x_0-2}{x_0+1}+5\right\rvert}{\sqrt{5}}=\dfrac{\left\lvert\dfrac{x_0^2+2x_0+9}{x_0+1}\right\rvert}{\sqrt{5}}$.	***0,5***	***0,5***
	$\oplus\ d_1=\dfrac{2}{3}d_2\Leftrightarrow\dfrac{\left\lvert\dfrac{2x_0^2+4x_0+6}{x_0+1}\right\rvert}{\sqrt{5}}=\dfrac{2}{3}\dfrac{\left\lvert\dfrac{x_0^2+2x_0+9}{x_0+1}\right\rvert}{\sqrt{5}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x_0^2+4x_0+6=\dfrac{2}{3}\left(x_0^2+2x_0+9\right)\quad(*)\\2x_0^2+4x_0+6=-\dfrac{2}{3}\left(x_0^2+2x_0+9\right)\ (**)\end{array}\right.$	***0,5***	***0,5***
	$\oplus$ Ta có $(*)\Leftrightarrow x_0^2+2x_0=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=0\\x_0=-2\end{array}\right.$ và (**) $\Leftrightarrow 2x_0^2+4x_0+9=0$ vô nghiệm.	***0,5***	***0,75***
	$\oplus$ Với $x_0=0\Rightarrow M\left(0;-2\right);x_0=-2\Rightarrow M\left(-2;6\right)$.	***0,5***	***0,75***
2a	Giải PT: $\dfrac{4\cos^3x+2\cos^2x\left(2\sin x-1\right)-\sin 2x-2\left(\sin x+\cos x\right)}{2\sin^2x-1}=0$	***2,0***	***2,0***
	$\oplus$ ĐK: $2\sin^2x-1\neq 0\Leftrightarrow\cos 2x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}.$	***0,25***	***0,25***
	$\oplus\ PT\Leftrightarrow 4\cos^3x+2\cos^2x\left(2\sin x-1\right)-\sin 2x-2\left(\sin x+\cos x\right)=0$ $\Leftrightarrow 4\cos^3x+2\cos^2x\left(2\sin x-1\right)-\sin 2x-2\left(\sin x+\cos x\right)=0$ $\Leftrightarrow 4\cos^3x+4\cos^2x\sin x-2\cos^2x-2\sin x\cos x-2\left(\sin x+\cos x\right)=0$ $\Leftrightarrow 4\cos^2x\left(\sin x+\cos x\right)-2\cos x\left(\sin x+\cos x\right)-2\left(\sin x+\cos x\right)=0$ $\Leftrightarrow\left(\sin x+\cos x\right)\left(4\cos^2x-2\cos x-2\right)=0$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x+\cos x=0\\\cos x=1\\\cos x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$	***0,75***	***0,75***
	$\oplus$ Với $\sin x+\cos x=0\Leftrightarrow\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. $\oplus$ Với $\cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$ $\oplus$ Với $\cos x=-\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. Đối chiếu với điều kiện phương trình có các họ nghiệm là: $x=k2\pi,k\in\mathbb{Z},\ x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. ***Chú ý:*** *Viết gộp các họ nghiệm ta được* họ nghiệm $x=\dfrac{m2\pi}{3},m\in\mathbb{Z}$.	***1,0***	***1,0***

	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y^3(x^6-1)+3y(x^2-2)+3y^2+4=0 \\ (4x+3)\left(\sqrt{4-xy\left(x^2-1\right)}+\sqrt[3]{3x+8}-1\right)=9 \end{cases}$ $\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$.	**_2,0_**	**_2,0_**
	$\oplus$ ĐK: $4-xy\left(x^2-1\right)\geq 0$ $\oplus$ Ta có $PT\,(1)\Leftrightarrow x^6y^3+3x^2y=y^3-3y^2+3y-1+3(y-1)$ $\Leftrightarrow (x^2y)^3+3x^2y=(y-1)^3+3(y-1)$ Xét hàm số $f(t)=t^3+3t$ có $f'(t)=3t^2+3>0,\forall t\in\mathbb{R}\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Mặt khác PT (1) $\Leftrightarrow f(x^2y)=f(y-1)\Leftrightarrow x^2y=y-1\Leftrightarrow x^2y-y=-1$.	**_1,0_**	**_1,0_**
2b	$\oplus$ Thay $x^2y-y=-1$ vào phương trình (2) ta có: $PT(2)\Leftrightarrow\left(4x+3\right)\left(\sqrt{4-x\left(x^2y-y\right)}+\sqrt[3]{3x+8}-1\right)=9$ $PT(2)\Leftrightarrow\left(4x+3\right)\left(\sqrt{4+x}+\sqrt[3]{3x+8}-1\right)=9$ Vì $x=-\frac{3}{4}$ không phải là nghiệm của phương trình nên xét $x\neq-\frac{3}{4}$, chia 2 vế phương trình cho $4x+3$ ta có: $\sqrt{4+x}+\sqrt[3]{3x+8}-1=\frac{9}{4x+3}\Leftrightarrow\sqrt{4+x}+\sqrt[3]{3x+8}-\frac{9}{4x+3}-1=0$.	**_0,25_**	**_0,25_**
	Xét hàm số $g(x)=\sqrt{4+x}+\sqrt[3]{3x+8}-\frac{9}{4x+3}-1$, với $x\in\left(-4;+\infty\right)\setminus\left\{-\frac{3}{4}\right\}$ Ta có $g'(x)=\frac{1}{2\sqrt{4+x}}+\frac{1}{\sqrt[3]{\left(3x+8\right)^2}}+\frac{36}{\left(4x+3\right)^2}>0$ với $x\in\left(-4;+\infty\right)\setminus\left\{-\frac{3}{4}\right\}$. $\Rightarrow$Hàm số $y=g(x)$, đồng biến trên từng khoảng $\left(-4;-\frac{3}{4}\right)$ và $\left(-\frac{3}{4};+\infty\right)$ $\Rightarrow$ Trên mỗi khoảng $\left(-4;-\frac{3}{4}\right)$ và $\left(-\frac{3}{4};+\infty\right)$ phương trình có tối đa một nghiệm. Mà $g(0)=g(-3)=0\Rightarrow$ phương trình chỉ có hai nghiệm là $x=0,x=-3$. Với $x=0\Rightarrow y=1$. Với $x=-3\Rightarrow y=-\frac{1}{8}$. Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là $\left(0;1\right),\left(-3;-\frac{1}{8}\right)$.	**_0,75_**	**_0,75_**
2c	Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển thành đa thức của $\left[1+x^2\left(1-x\right)\right]^{n+2}$. Biết rằng $C_{2n}^0+C_{2n}^2+...+C_{2n}^{2n}=2048$.	**_2,0_**	**_2,0_**

	⊕ Ta có $\left(1-1\right)^{2n}=C_{2n}^{0}-C_{2n}^{1}+C_{2n}^{2}-C_{2n}^{3}+...+C_{2n}^{2n}$ $\Leftrightarrow C_{2n}^{0}+C_{2n}^{2}+...+C_{2n}^{2n}=C_{2n}^{1}+C_{2n}^{3}+...+C_{2n}^{2n-1}$ Mặt khác ta có $\left(1+1\right)^{2n}=C_{2n}^{0}+C_{2n}^{1}+C_{2n}^{2}+C_{2n}^{3}+...+C_{2n}^{2n}$	***0,5***	***0,5***
	Do đó $C_{2n}^{0}+C_{2n}^{2}+...+C_{2n}^{2n}=C_{2n}^{1}+C_{2n}^{3}+...+C_{2n}^{2n-1}=\dfrac{2^{2n}}{2}\Rightarrow C_{2n}^{0}+C_{2n}^{2}+...+C_{2n}^{2n}=2^{2n-1}$ Kết hợp với giả thiết ta có $2^{2n-1}=2048\Leftrightarrow 2^{2n-1}=2^{11}\Leftrightarrow n=6.$	***0,5***	***0,5***
	⊕ Ta có $\left[1+x^2\left(1-x\right)\right]^8=\sum\limits_{k=0}^{8}C_8^k\left[x^2\left(1-x\right)\right]^k=\sum\limits_{k=0}^{8}C_8^k x^{2k}\left(1-x\right)^k$. Hệ số của x^8 chỉ xuất hiện ở các số hạng ứng với $k=3$ và $k=4$.	***0,5***	***0,5***
	Từ đó ta có hệ số của x^8 là $C_8^3.C_3^2+C_8^4.C_4^0=238.$	***0,5***	***0,5***
	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình vuông *ABCD* có $A\left(-1;2\right)$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của cạnh DC và AD, K là giao điểm của BM với CN. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác BNK, biết BM có phương trình $2x+y-8=0$ và điểm B có hoành độ lớn hơn 2.	***2,0***	***3,0***
			
3a	Gọi E = BM ∩ AD ⇒ DM là đường trung bình của $\Delta EAB\Rightarrow DA=DE$. Dựng AH ⊥ BM tại H ⇒ $AH=d\left(A;BM\right)=\dfrac{8}{\sqrt{5}}$. Ta có $\Delta BMC=\Delta CND\Rightarrow \widehat{BMC}=\widehat{CND}\Rightarrow \widehat{BMC}+\widehat{DCN}=90^0\Rightarrow BM\perp CN.$	***0,75***	***1,0***
	Trong tam giác vuông ABE: $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AB^2}+\dfrac{1}{AE^2}=\dfrac{5}{4AB^2}$ $\Rightarrow AB=\dfrac{\sqrt{5}.AH}{2}=4$, ta có $B\in BM\Rightarrow B\left(b;8-2b\right)$. Ta có $AB=4\Leftrightarrow\sqrt{(b+1)^2+(6-2b)^2}=4\Leftrightarrow b=3$ hoặc $b=\dfrac{7}{5}$. Vì điểm B có hoành độ lớn hơn 2 nên chỉ nhận $b=3\Rightarrow B\left(3;\ 2\right)$. Phương trình $AE: x+1=0$. Ta có $E=AE\cap BM\Rightarrow E\left(-1;\ 10\right)$.	***0,75***	***1,0***
	Mà D là trung điểm của $AE\Rightarrow D\left(-1;\ 6\right)$. Ta có N là trung điểm của AD $\Rightarrow N\left(-1;4\right)\Rightarrow$ Trung điểm I của BN có tọa độ $\left(1;3\right)$. Do tứ giác ABKN nội tiếp nên đường tròn ngoại tiếp tam giác BNK là đường tròn tâm I bán kính $IA=\sqrt{5}\Rightarrow\left(BNK\right):\left(x-1\right)^2+\left(y-3\right)^2=5.$ ***<u>Chú ý:</u> Học sinh có thể sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính được AB = 4.***	***0,5***	***1,0***

3b	Cho đường tròn (O) đường kính AB, một đường thẳng d không có điểm chung với đường tròn (O) và d vuông góc với AB kéo dài tại K (B nằm giữa A và K). Gọi C là một điểm nằm trên đường tròn (O), (C khác A và B). Gọi D là giao điểm của AC và d, từ D kẻ tiếp tuyến DE với đường tròn (E là tiếp điểm và E,C nằm về hai phía của AB). Gọi F là giao điểm của EB và d, G là giao điểm của AF và (O), H là điểm đối xứng của G qua AB. Chứng minh F,C,H thẳng hàng.	***2,0***	
			
	Gọi H là giao điểm của FC với (O). Để chứng minh bài toán ta cần chứng minh H đối xứng với G qua AB.	***0,5***	
	Ta có $AEKF$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EAK} = \widehat{EFK}$ mà $\widehat{EAK} = \widehat{DEF} \Rightarrow \widehat{EFK} = \widehat{DEF} \Rightarrow \Delta DEF$ cân tại D $\Rightarrow DE = DF$.	***1,0***	
	Ta có $DE^2 = DC.DA \Rightarrow DF^2 = DC.DA \Rightarrow \Delta DCF \sim \Delta DFA \Rightarrow \widehat{DCF} = \widehat{DFA}$. Mặt khác $\widehat{DCF} = \widehat{ACH} = \widehat{AGH} \Rightarrow \widehat{DFA} = \widehat{HGA} \Rightarrow GH\,//\,FD$ Mà $FD \perp AB \Rightarrow GH \perp AB$, Do AB là đường kính $\Rightarrow G,H$ đối xứng nhau qua AB, (đpcm).	***0,5***	
4	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^0$, $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Biết rằng hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy bằng 45^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BC.	***3,0***	***4,0***
			
	Gọi O là giao điểm của AC và BD. Khi đó, SO là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAC);(SBD)$.		

	Mặt khác, do hai mặt phẳng $(SAC);(SBD)$ cùng vuông góc với mặt đáy nên $SO\perp(ABCD)$. Gọi E là trung điểm của $CD\Rightarrow ABED$ là hình vuông cạnh a Mặt khác, do $BE\perp CD; BE=\frac{1}{2}CD\Rightarrow \Delta BCD$ vuông cân tại B. Do đó, $BC\perp OB\Rightarrow BC\perp(SOB)\Rightarrow BC\perp SB$ $\Rightarrow \widehat{((SBC),(ABCD))}=\widehat{(SB,OB)}=\widehat{SBO}=45^0$.	***0,5***	***1,0***
	Ta có: $BD=\sqrt{AD^2+AB^2}=a\sqrt{2}$. $AB//CD\Rightarrow \frac{OB}{OD}=\frac{AB}{CD}=\frac{1}{2}\Rightarrow OB=\frac{1}{3}BD=\frac{a\sqrt{2}}{3};OD=\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. Ta có: $S_{ABCD}=\frac{(2a+a)a}{2}=\frac{3a^2}{2};SO=OB.\tan 45^0=\frac{a\sqrt{2}}{3}$ $\Rightarrow V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}\frac{3a^2}{2}\frac{a\sqrt{2}}{3}=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.	***1,0***	***1,0***
	Gọi F là điểm đối xứng với B qua $A\Rightarrow BCDF$ là hình bình hành $\Rightarrow BC//DF;\angle FDB=\angle DBC=90^0$. Do đó $d(BC,SD)=d(BC,(SDF))=d(B,(SDF))=\frac{3}{2}d(O,(SDF))$. Trong mặt phẳng (SOD) dựng $OH\perp SD$. Khi đó, ta có: $\begin{cases}OH\perp SD\\ OH\perp FD\end{cases}\Rightarrow OH\perp(SDF)\Rightarrow d(O,(SDF))=OH$. Ta có: $\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{DO^2}$ $\Rightarrow OH=\frac{SO.DO}{\sqrt{SO^2+DO^2}}=\frac{\frac{a\sqrt{2}}{3}\frac{2a\sqrt{2}}{3}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)^2+\left(\frac{2a\sqrt{2}}{3}\right)^2}}=\frac{2a\sqrt{10}}{15}\Rightarrow d(BC,SD)=\frac{a\sqrt{10}}{5}$. **<u>Chú ý</u>**: *Kẻ $BI\perp SD\Rightarrow BI$ là đoạn vuông góc chung của SD và BC.* *Xét ΔSBD ta có $BI.SD=SO.BD\Rightarrow BI=\frac{SO.BD}{SD}=\frac{\frac{a\sqrt{2}}{3}.a\sqrt{2}}{\frac{a\sqrt{10}}{3}}=\frac{a\sqrt{10}}{5}$.*	***0,5*** ***1,0***	***1,0*** ***1,0***
5	Cho các số thực $x,y>0$ thỏa mãn $x^4+y^4+4=\frac{6}{xy}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\frac{1}{1+2x}+\frac{1}{1+2y}+\frac{3-2xy}{5-x^2-y^2}$.	***2,0***	***2,0***
	$\oplus$ Theo BĐT ***AM-GM*** ta có: $x^4+y^4+4\ge 2x^2y^2+4$ Do đó: $\frac{6}{xy}=x^4+y^4+4\ge 2x^2y^2+4\Leftrightarrow 2x^3y^3+4xy-6\le 0$ $\Leftrightarrow 2(xy-1)(x^2y^2+xy+3)\le 0\Leftrightarrow xy\le 1$ $\oplus$ Ta luôn có bất đẳng thức phụ sau: $\frac{1}{1+2x}+\frac{1}{1+2y}\ge\frac{2}{2+xy},\forall x,y>0$. Thật vậy ta có: $\frac{1}{1+2x}+\frac{1}{1+2y}\ge\frac{2}{2+xy}$ $\Leftrightarrow 2+xy+2(x+y)+xy(x+y)\ge 1+2x+2y+4xy\Leftrightarrow x^2y+y^2x+1\ge 3xy$ (Điều này luôn đúng do $x^2y+y^2x+1\ge 3\sqrt[3]{x^3y^3}=3xy$).	***0,5*** ***0,5***	***0,5*** ***0,5***

	Vậy $P=\frac{1}{1+2x}+\frac{1}{1+2y}+\frac{3-2xy}{5-x^2-y^2}\ge\frac{2}{2+xy}+\frac{3-2xy}{5-2xy}$ (theo ***AM-GM***). $\oplus$ Đặt $t=xy, t\in(0;1]$. Xét $f(t)=\frac{2}{2+t}+\frac{3-2t}{5-2t}, t\in(0;1]$ Ta có: $f'(t)=\frac{-2}{(2+t)^2}-\frac{4}{(5-2t)^2}<0,\forall t\in(0;1]$ $\Rightarrow f(t)$ nghịch biến trên $(0;1]$ nên $P\ge f(t)\ge f(1)=1$ Vậy $\min P=1\Leftrightarrow\begin{cases}x^2y=y^2x\\xy=1\end{cases}\Leftrightarrow x=y=1$	***0,5*** ***0,5***	***0,5*** ***0,5***
6	Cho $a\ge1$. Xét dãy số (u_n) xác định như sau: $\begin{cases}u_1=a\\u_{n+1}=u_n\left(u_n^{2017}+1\right)\end{cases},\forall n\in N^*$. Tìm $\lim\left(\frac{u_1^{2017}}{\sqrt{u_2}+\frac{u_2}{\sqrt{u_1}}}+\frac{u_2^{2017}}{\sqrt{u_3}+\frac{u_3}{\sqrt{u_2}}}+...+\frac{u_n^{2017}}{\sqrt{u_{n+1}}+\frac{u_{n+1}}{\sqrt{u_n}}}\right)$.	***1,0***	***1,0***
	$\oplus$ Từ giả thiết $u_{n+1}=u_n\left(u_n^{2017}+1\right)\Leftrightarrow u_{n+1}-u_n=u_n^{2018}\ge0,\forall n\in N^*$. Mặt khác từ $u_1=a\ge1$ và $u_{n+1}=u_n\left(u_n^{2017}+1\right)\Rightarrow u_n>0,\forall n\in N^*$. Do đó $u_{n+1}-u_n=u_n^{2018}>0,\forall n\in N^*\Rightarrow(u_n)$ là dãy số tăng $\Rightarrow u_n>...>u_2>u_1=a\ge1$.	***0,25***	***0,25***
	$\oplus$ Ta có $u_{n+1}=u_n\left(u_n^{2017}+1\right)\Leftrightarrow u_n^{2018}=u_{n+1}-u_n$. Khi đó $\frac{u_n^{2017}}{\sqrt{u_{n+1}}+\frac{u_{n+1}}{\sqrt{u_n}}}=\frac{u_n^{2018}}{u_n\sqrt{u_{n+1}}+u_{n+1}\sqrt{u_n}}$ $=\frac{u_{n+1}-u_n}{\sqrt{u_n}\sqrt{u_{n+1}}\left(\sqrt{u_n}+\sqrt{u_{n+n}}\right)}=\frac{\sqrt{u_{n+1}}-\sqrt{u_n}}{\sqrt{u_n}\sqrt{u_{n+1}}}=\frac{1}{\sqrt{u_n}}-\frac{1}{\sqrt{u_{n+1}}}$ Vậy $\frac{u_1^{2017}}{\sqrt{u_2}+\frac{u_2}{\sqrt{u_1}}}+\frac{u_2^{2017}}{\sqrt{u_3}+\frac{u_3}{\sqrt{u_2}}}+...+\frac{u_n^{2017}}{\sqrt{u_{n+1}}+\frac{u_{n+1}}{\sqrt{u_n}}}$ $=\left(\frac{1}{\sqrt{u_1}}-\frac{1}{\sqrt{u_2}}\right)+\left(\frac{1}{\sqrt{u_2}}-\frac{1}{\sqrt{u_3}}\right)+...+\left(\frac{1}{\sqrt{u_n}}-\frac{1}{\sqrt{u_{n+1}}}\right)=\frac{1}{\sqrt{u_1}}-\frac{1}{\sqrt{u_{n+1}}}=\frac{1}{\sqrt{a}}-\frac{1}{\sqrt{u_{n+1}}}$	***0,25***	***0,25***
	Ta đi xét 2 trường hợp sau: $\oplus$ Trường hợp 1: Dãy (u_n) bị chặn trên $\Rightarrow(u_n)$ có giới hạn. Giả sử giới hạn đó là a, lấy giới hạn 2 vế của giả thiết $u_{n+1}=u_n\left(u_n^{2017}+1\right)$ ta có: $a=a\left(a^{2017}+1\right)\Leftrightarrow a=0$ (mâu thuẫn với $u_n>a\ge1,\forall n\in N^*$).	***0,25***	***0,25***
	$\oplus$ Trường hợp 2: Dãy (u_n) không bị chặn trên. Mà (u_n) là dãy tăng $\Rightarrow\lim u_n=+\infty\Rightarrow\lim u_{n+1}=+\infty$. Khi đó $\lim\left(\frac{u_1^{2017}}{\sqrt{u_2}+\frac{u_2}{\sqrt{u_1}}}+\frac{u_2^{2017}}{\sqrt{u_3}+\frac{u_3}{\sqrt{u_2}}}+...+\frac{u_n^{2017}}{\sqrt{u_{n+1}}+\frac{u_{n+1}}{\sqrt{u_n}}}\right)=\lim\left(\frac{1}{\sqrt{a}}-\frac{1}{\sqrt{u_{n+1}}}\right)=\frac{1}{\sqrt{a}}$.	***0,25***	***0,25***

Hết