Kiểm tra chất lượng học sinh giỏi năm học 2008 – 2009

Môn Toán lớp 8

Thời gian 150 phút – Không kể thời gian giao đề

Bài 1 (3 điểm)Tính giá trị biểu thức

$$A=\frac{\left(1+\frac{1}{4}\right)\left(3^4+\frac{1}{4}\right)\left(5^4+\frac{1}{4}\right)\cdots\cdots\left(29^4+\frac{1}{4}\right)}{\left(2^4+\frac{1}{4}\right)\left(4^4+\frac{1}{4}\right)\left(6^4+\frac{1}{4}\right)\cdots\cdots\left(30^4+\frac{1}{4}\right)}$$

Bài 2 (4 điểm)

a/ Với mọi số a, b, c không đồng thời bằng nhau, hãy chứng minh

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc \geq 0$$

b/ Cho a + b + c = 2009. chứng minh rằng

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc} = 2009$$

Bài 3 (4 điểm). Cho $a \geq 0$, $b \geq 0$; a và b thảo mãn $2a + 3b \leq 6$ và $2a + b \leq 4$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = a^2 - 2a - b$

Bài 4 (3 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một ô tô đi từ A đến B . Cùng một lúc ô tô thứ hai đi từ B đến A vơí vận tốc bằng $\frac{2}{3}$ vận tốc của ô tô thứ nhất . Sau 5 giờ chúng gặp nhau. Hỏi mỗi ô tô đi cả quãng đường AB thì mất bao lâu?

Bài 5 (6 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, các điểm M, N thứ tự là trung điểm của BC và AC. Các đường trung trực của BC và AC cắt nhau tại O . Qua A kẻ đường thẳng song song với OM, qua B kẻ đường thẳng song song với ON, chúng cắt nhau tại H

a) Nối MN, ΔAHB đồng dạng với tam giác nào?

b) Gọi G là trọng tâm ΔABC , chứng minh ΔAHG đồng dạng với ΔMOG ?

c) Chứng minh ba điểm M , O , G thẳng hàng?

Đề thi học sinh giỏi năm học 2008 - 2009
Môn: Toán lớp 8
Thời gian làm bài 120 phút

Bài 1. Cho biểu thức: A = $\frac{x^5 + x^2}{x^3 - x^2 + x}$

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm x để A - $|A| = 0$

c) Tìm x để A đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 2: a) Cho a > b > 0 và 2($a^2 + b^2$) = 5ab

Tính giá trị của biểu thức: P = $\frac{3a - b}{2a + b}$

b) Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng $a^2 + 2bc > b^2 + c^2$

Bài 3*:* Giải các phương trình:

a) $\frac{2 - x}{2007} - 1 = \frac{1 - x}{2008} - \frac{x}{2009}$

b) $(12x+7)^2(3x+2)(2x+1) = 3$

Bài 4*:* Cho tam giác ABC; Điểm P nằm trong tam giác sao cho $\widehat{ABP} = \widehat{ACP}$, kẻ PH $\perp AB, PK \perp AC$. Gọi D là trung điểm của cạnh BC. Chứng minh.

a) BP.KP = CP.HP

b) DK = DH

Bài 5: Cho hình bình hành ABCD, một đường thẳng d cắt các cạnh AB, AD tại M và K, cắt đường chéo AC tại G. Chứng minh rằng: $\frac{AB}{AM} + \frac{AD}{AK} = \frac{AC}{AG}$

Lớp 8 THCS - Năm học 2007 - 2008

Môn **: Toán**

Thời gian làm bài: *120 phút*

Bài 1: (2 điểm)

Phân tích đa thức sau đây thành nhân tử:

1. $x^2 + 7x + 6$
2. $x^4 + 2008x^2 + 2007x + 2008$

Bài 2: (2điểm)

Giải phương trình:

1. $x^2 - 3x + 2 + |x - 1| = 0$
2. $8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (x + 4)^2$

Bài 3: (2điểm)

1. Căn bậc hai của 64 có thể viết dưới dạng như sau: $\sqrt{64} = 6 + \sqrt{4}$

   Hỏi có tồn tại hay không các số có hai chữ số có thể viết căn bậc hai của chúng dưới dạng như trên và là một số nguyên? Hãy chỉ ra toàn bộ các số đó.
2. Tìm số dư trong phép chia của biểu thức $(x + 2)(x + 4)(x + 6)(x + 8) + 2008$ cho đa thức $x^2 + 10x + 21$.

Bài 4: (4 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A (AC > AB), đường cao AH (H $\in$ BC). Trên tia HC lấy điểm D sao cho HD = HA. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E.

1. Chứng minh rằng hai tam giác BEC và ADC đồng dạng. Tính độ dài đoạn BE theo $m = AB$.
2. Gọi M là trung điểm của đoạn BE. Chứng minh rằng hai tam giác BHM và BEC đồng dạng. Tính số đo của góc AHM
3. Tia AM cắt BC tại G. Chứng minh: $\frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH + HC}$.

——— Hết ———

Đề thi chọn học sinh giỏi cấp huyện
Năm học 2008 - 2009
Môn: Toán 8
(Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Đề thi này gồm 1 trang

<u>Bài 1</u> *(4 điểm):* Cho biểu thức

$$\mathrm{A} = \frac{4\mathrm{xy}}{\mathrm{y}^2 - x^2} : \left(\frac{1}{y^2 - x^2} + \frac{1}{y^2 + 2xy + x^2} \right)$$

a) Tõm điều kiện của x, y để giỏ trị của A được xỏc định.

b) Rỳt gọn A.

c) Nếu x; y là cỏc số thực làm cho A xỏc định và thoả món: $3x^2 + y^2 + 2x - 2y = 1$, hóy tõm tất cả cỏc giỏ trị nguyờn dương của A?

<u>Bài 2</u> *(4 điểm):*

a) Giải phương trõnh :

$$\frac{x+11}{115} + \frac{x+22}{104} = \frac{x+33}{93} + \frac{x+44}{82}$$

b) Tõm cỏc số x, y, z biết :

$$x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$$

và $x^{2009} + y^{2009} + z^{2009} = 3^{2010}$

<u>Bài 3</u> *(3 điểm):* Chứng minh rằng với mọi $n \in N$ thõ n^5 và n luụn cú chữ số tận cựng giống nhau.

<u>Bài 4</u> *(7 điểm):* Cho tam giỏc ABC vuụng tại A. Lấy một điểm M bất kỳ trờn cạnh AC. Từ C vẽ một đường thẳng vuụng gúc với tia BM, đường thẳng này cắt tia BM tại D, cắt tia BA tại E.

a) Chứng minh: EA.EB = ED.EC và $\widehat{EAD} = \widehat{ECB}$

b) Cho $\widehat{BMC} = 120^0$ và $S_{AED} = 36cm^2$. Tớnh S_{EBC}?

c) Chứng minh rằng khi điểm M di chuyển trờn cạnh AC thõ tổng BM.BD + CM.CA cú giỏ trị khụng đổi.

d) Kẻ $DH \perp BC$ $(H \in BC)$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của cỏc đoạn thẳng BH, DH. Chứng minh $CQ \perp PD$.

<u>Bài 5</u> *(2 điểm):*

a) Chứng minh bất đẳng thức sau: $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ (với x và y cựng dấu)

b) Tõm giỏ trị nhỏ nhất của biểu thức $\mathrm{P} = \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} - 3\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + 5$ (với $x \neq 0, y \neq 0$)

Đề khảo sát chọn học sinh giỏi cấp huyện
Môn: Toán – Lớp 8
Năm học 2008 — 2009
Thời gian làm bài: 150 phút

<u>Bài 1:</u> *(4 điểm)*

1, Cho ba số a, b, c thoả mãn $\begin{cases} a+b+c=0 \\ a^2+b^2+c^2=2009 \end{cases}$, tính $A=a^4+b^4+c^4$.

2, Cho ba số x, y, z thoả mãn $x+y+z=3$. Tìm giá trị lớn nhất của $B=xy+yz+zx$.

<u>Bài 2:</u> *(2 điểm)*

Cho đa thức $f(x)=x^2+px+q$ với $p\in Z, q\in Z$. Chứng minh rằng tồn tại số nguyên k để $f(k)=f(2008).f(2009)$.

<u>Bài 3:</u> *(4 điểm)*

1, Tìm các số nguyên dương x, y thoả mãn $3xy+x+15y-44=0$.

2, Cho số tự nhiên $a=\left(2^9\right)^{2009}$, b là tổng các chữ số của a, c là tổng các chữ số của b, d là tổng các chữ số của c. Tính d.

<u>Bài 4:</u> *(3 điểm)*

Cho phương trình $\dfrac{2x-m}{x-2}+\dfrac{x-1}{x+2}=3$, tìm m để phương trình có nghiệm dương.

<u>Bài 5:</u> *(3 điểm)*

Cho hình thoi ABCD có cạnh bằng đường chéo AC, trên tia đối của tia AD lấy điểm E, đường thẳng EB cắt đường thẳng DC tại F, CE cắt à tại O. Chứng minh ΔAEC đồng dạng ΔCAF, tính $\widehat{EOF}$.

<u>Bài 6:</u> *(3 điểm)*

Cho tam giác ABC, phân giác trong đỉnh A cắt BC tại D, trên các đoạn thẳng DB, DC lần lượt lấy các điểm E và F sao cho $\widehat{EAD}=\widehat{FAD}$. Chứng minh rằng: $\dfrac{BE}{CE}\dfrac{BF}{CF}=\dfrac{AB^2}{AC^2}$.

<u>Bài 7:</u> *(2 điểm)*

Trên bảng có các số tự nhiên từ 1 đến 2008, người ta làm như sau lấy ra hai số bất kỳ và thay bằng hiệu của chúng, cứ làm như vậy đến khi còn một số trên bảng thì dừng lại. Có thể làm để trên bảng chỉ còn lại số 1 được không? Giải thích.

....Hết...

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Đề thi học sinh giỏi lớp 8
Năm học 2008-2009
Môn toán (150 phút không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (5 điểm) Tìm số tự nhiên n để :

a) A=n^3-n^2+n-1 là số nguyên tố.

b) B=$\dfrac{n^4+3n^3+2n^2+6n-2}{n^2+2}$ có giá trị là một số nguyên .

c) D=n^5-n+2 là số chính phương . (n$\geq$2)

Câu 2: (5 điểm) Chứng minh rằng :

a) $\dfrac{a}{ab+a+1}+\dfrac{b}{bc+b+1}+\dfrac{c}{ac+c+1}=1$ biết abc=1

b) Với a+b+c=0 thì $a^4+b^4+c^4=2(ab+bc+ca)^2$

c) $\dfrac{a^2}{b^2}+\dfrac{b^2}{c^2}+\dfrac{c^2}{a^2}\geq\dfrac{c}{b}+\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{c}$

Câu 3: (5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\dfrac{x-214}{86}+\dfrac{x-132}{84}+\dfrac{x-54}{82}=6$

b) $2x(8x-1)^2(4x-1)=9$

c) $x^2-y^2+2x-4y-10=0$ với x,y nguyên dương.

Câu 4: (5 điểm). Cho hình thang ABCD (AB//CD) ,O là giao điểm hai đường chéo. Qua O kẻ đường thẳng song song với AB cắt DA tại E, cát BC tại F.

a) Chứng minh rằng : diện tích tam giác AOD bằng diện tích tam giác BOC.

b) Chứng minh : $\dfrac{1}{AB}+\dfrac{1}{CD}=\dfrac{2}{EF}$

c) Gọi K là điểm bất kì thuộc OE.Nêu cách dựng dường thẳng đI qua K và chia đôi diện tích tam giác DEF.

---hết---

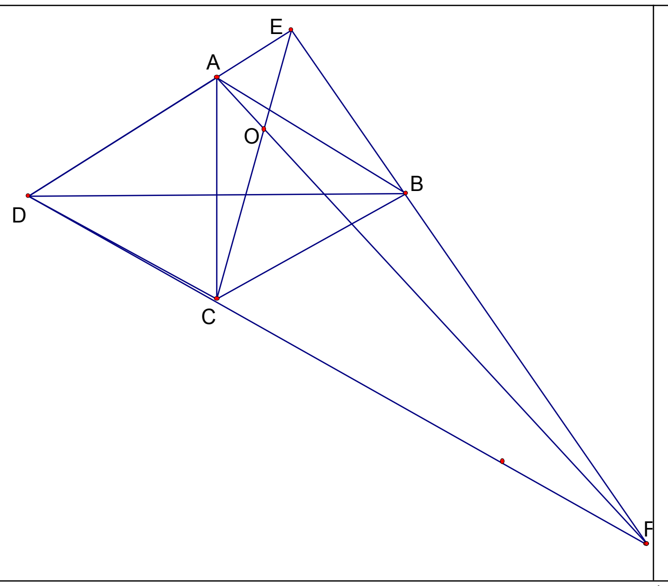
Đề thi phát hiện học sinh giỏi bậc thcs năm học 2008-2009
Môn: toán (120 phút không kể thời gian giao đề)

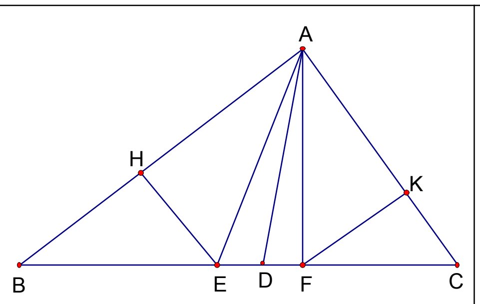
Bài 1: (1 đ)
Cho biết a-b=7 tính giá trị của biểu thức: a(a+2)+b(b-2)-2ab
Bài 2: (1 đ)
Chứng minh rằng biểu rhứ sau luôn luôn dương (hoặc âm) với một giá trị của chử đã cho :
$-a^2+a-3$
Bài 3: (1 đ)
Chứng minh rằng nếu một tứ giác có tâm đối xứng thì tứ giác đó là hình bình hành.
Bài 4: (2 đ)
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau: $\dfrac{2}{-4x^2+8x-5}$
Bài 5: (2 đ)
Chứng minh rằng các số tự nhiên có dạng 2p+1 trong đó p là số nguyên tố , chỉ có một số là lập phương của một số tự nhiên khác.Tìm số đó.
Bài 6: (2 đ)
Cho hình thang ABCD có đáy lớn AD , đường chéo AC vuông góc với cạnh bên CD, $\angle BAC = CAD$ .Tính AD nếu chu vi của hình thang bằng 20 cm và góc D bằng 60^0.
Bài 7: (2 đ)
Phân tích đa thức sau thành nhân tử:
a) $a^{3m}+2a^{2m}+a^m$
b) x^8+x^4+1
Bài 8: (3 đ) Tìm số dư trong phép chia của biểu thức :
(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+ 2004 cho x^2+8x+1
Bài 9: (3 đ) Cho biểu thức :
$$C=\left(\frac{1}{x-1}-\frac{2x}{x^3+x-x^2-1}\right):\left(1-\frac{2x}{x^2+1}\right)$$
a) Tìm điều kiện đối với x để biểu thức C được Xác định.
b) Rút gọn C.
c) Với giá trị nào của x thì biểu thức C được xác định.
Bài 10 (3 đ)
Cho tam giác ABC vuông tại A (AC>AB) , đường cao AH. Trên tia HC lấy HD =HA, đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E.
a) Chứng minh AE=AB
b) Gọi M trung điểm của BE . Tính góc AHM.

---Hết---

Hướng dẫn chấm môn toán 8

Bài	Nội dung	Điểm
1.1	Cho ba số a, b, c thoả mãn $\begin{cases} a+b+c=0 \\ a^2+b^2+c^2=2009 \end{cases}$, tính $A=a^4+b^4+c^4$.	**2,00**
	Ta có $a^2+b^2+c^2=\left(a+b+c\right)^2-2\left(ab+bc+ca\right)=-2\left(ab+bc+ca\right)$ $a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2=\left(ab+bc+ca\right)^2-2abc\left(a+b+c\right)=\left(\frac{a^2+b^2+c^2}{2}\right)^2=\frac{2009^2}{4}$ $A=a^4+b^4+c^4=\left(a^2+b^2+c^2\right)^2-2\left(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\right)=\frac{2009^2}{2}$	0,50 0,50 1,00
1.2	Cho ba số x, y, z thoả mãn $x+y+z=3$. Tìm giá trị lớn nhất của $B=xy+yz+zx$.	**2,00**
	$B=xy+z\left(x+y\right)=xy+\left[3-\left(x+y\right)\right]\left(x+y\right)$ $=xy+3\left(x+y\right)-\left(x+y\right)^2=-x^2-y^2-xy+3x+3y$ $=-\left(x+\frac{y-3}{2}\right)^2+\frac{-3y^2+6y+9}{4}=-\left(x+\frac{y-3}{2}\right)^2+\frac{-3}{4}\left(y-1\right)^2+3\le 3$ Dấu = xảy ra khi $\begin{cases} y-1=0 \\ x+\frac{y-3}{2}=0 \\ x+y+z=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z=1$ Vậy giá trị lớn nhất của B là 3 khi x = y = z = 1	1,25 0,50 0,25
2	Cho đa thức $f\left(x\right)=x^2+px+q$ với $p\in Z, q\in Z$. Chứng minh rằng tồn tại số nguyên k để $f\left(k\right)=f\left(2008\right).f\left(2009\right)$.	**2,00**
	$f\left[f\left(x\right)+x\right]=\left[f\left(x\right)+x\right]^2+p\left(f\left(x\right)+x\right)+q$ $=f^2\left(x\right)+2.x.f\left(x\right)+x^2+p.f\left(x\right)+p.x+q$ $=f\left(x\right)\left[f\left(x\right)+2x+p\right]+\left(x^2+px+q\right)$ $=f\left(x\right)\left[x^2+px+q+2x+p+1\right]$ $=f\left(x\right)\left[\left(x+1\right)^2+p\left(x+1\right)+q\right]=f\left(x\right)f\left(x+1\right)$ Với x = 2008 chọn $k=f\left(2008\right)+2008\in\mathbb{Z}$ Suy ra $f\left(k\right)=f\left(2008\right).f\left(2009\right)$	1,25 0,50 0,25
3.1	Tìm các số nguyên dương x, y thoả mãn $3xy+x+15y-44=0$.	**2,00**
	♦ $3xy+x+15y-44=0\Leftrightarrow\left(x+5\right)\left(3y+1\right)=49$ ♦ x, y nghuyêndương do vậy x + 5, 3y + 1 nguyên dương và lớn hơn 1. ♦Thoả mãn yêu cầu bài toán khi x + 5, 3y + 1 là ước lớn hơn 1 của 49 nên có:	0,75 0,50

	$\begin{cases}x+5=7\\3y+1=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=2\end{cases}$ Vậy phương trình có nghiệm nguyên là x = y = 2.	0,75
3.2	Cho số tự nhiên $a=\left(2^9\right)^{2009}$, b là tổng các chữ số của a, c là tổng các chữ số của b, d là tổng các chữ số của c. Tính d.	**2,00**
	$a=\left(2^9\right)^{2009}=\left(2^3\right)^{3.2009}=\left(2^3\right)^{6027}<10^{6027}\Rightarrow b\le 9.6027=54243$ $\Rightarrow c\le 5+4.9=41\Rightarrow d\le 4+1.9=13\quad(1)$ $2^3\equiv -1\bmod 9\Rightarrow a\equiv -1\bmod 9$ mà $a\equiv b\equiv c\equiv d\bmod 9\Rightarrow d\equiv -1\bmod 9\quad(2)$ Từ (1) và (2) suy ra d = 8.	 1,00 0,75 0,25
4	Cho phương trình $\dfrac{2x-m}{x-2}+\dfrac{x-1}{x+2}=3$, tìm m để phương trình có nghiệm dương.	**3,00**
	Điều kiện: $x\ne 2; x\ne -2$ $\dfrac{2x-m}{x-2}+\dfrac{x-1}{x+2}=3\Leftrightarrow ...\Leftrightarrow x(1-m)=2m-14$ m = 1phương trình có dạng 0 = -12 vô nghiệm. $m\ne 1$ phương trình trở thành $x=\dfrac{2m-14}{1-m}$ Phương trình có nghiệm dương $\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{2m-14}{1-m}\ne 2\\\dfrac{2m-14}{1-m}\ne -2\\\dfrac{2m-14}{1-m}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ne 4\\1<m<7\end{cases}$ Vậy thoả mãn yêu cầu bài toán khi $\begin{cases}m\ne 4\\1<m<7\end{cases}$.	0,25 0,75 0,25 0,50 1,00 0,25
5	Cho hình thoi ABCD có cạnh bằng đường chéo AC, trên tia đối của tia AD lấy điểm E, đường thẳng EB cắt đường thẳng DC tại F. Chứng minh ΔAEC đồng dạng ΔCAF, tính $\widehat{EOF}$.	**3,00**
	 ♦ ΔAEB đồng dạng ΔCBF (g-g) $\Rightarrow AB^2=AE.CF\Rightarrow AC^2=AE.CF$ $\Rightarrow\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{AC}{CF}$ ♦ ΔAEC đồng dạng ΔCAF (c-g-c) ♦ ΔAEC đồng dạng ΔCAF $\Rightarrow\widehat{AEC}=\widehat{CAF}$ mà $\widehat{EOF}=\widehat{AEC}+\widehat{EAO}=\widehat{ACF}+\widehat{EAO}$ $=180^0-\widehat{DAC}=120^0$	1,00 1,00 1,00
6	Cho tam giác ABC, phân giác trong đỉnh A cắt BC tại D, trên các đoạn thẳng DB,	**3,00**

	DC lần lượt lấy các điểm E và F sao cho $\widehat{EAD} = \widehat{FAD}$. Chứng minh rằng: $\frac{BE}{CE}\frac{BF}{CF} = \frac{AB^2}{AC^2}$.	
	 ♦ Kẻ $EH \perp AB$ tại H, $FK \perp AC$ tại K $\Rightarrow \widehat{BAE} = \widehat{CAF}; \widehat{BAF} = \widehat{CAE}$ $\Rightarrow \Delta HAE$ đồng dạng ΔKAF (g-g) $\Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{EH}{FK}$ $\frac{S_{\Delta ABE}}{S_{\Delta ACF}} = \frac{BE}{CF} = \frac{EH.AB}{FK.AC} = \frac{AE.AB}{AF.AC} \Rightarrow \frac{BE}{CF} = \frac{AE.AB}{AF.AC}$ ♦ Tương tự $\frac{BF}{CE} = \frac{AF.AB}{AE.AC}$ ♦ $\Rightarrow \frac{BE}{CE}\frac{BF}{CF} = \frac{AB^2}{AC^2}$ (đpcm).	1,00 1,25 0,50 0,25
7	Trên bảng có các số tự nhiên từ 1 đến 2008, người ta làm như sau lấy ra hai số bất kỳ và thay bằng hiệu của chúng, cứ làm như vậy đến khi còn một số trên bảng thì dừng lại. Có thể làm để trên bảng chỉ còn lại số 1 được không? Giải thích.	**2,00**
	Khi thay hai số a, b bởi hiệu hiệu hai số thì tính chất chẵn lẻ của tổng các số có trên bảng không đổi. Mà $S = 1 + 2 + 3 + ... + 2008 = \frac{2008.(2008+1)}{2} = 1004.2009 \equiv 0 \bmod 2$; $1 \equiv 1 \bmod 2$ do vậy trên bảng không thể chỉ còn lại số 1.	1,00 1,00

Kỳ thi chọn học sinh giỏi

lớp 8 thCS - năm học 2007 - 2008

Môn **: Toán**

Đáp án và thang điểm:

Bài 1	**Câu**	**Nội dung**	**Điểm**
1.			**2,0**
	1.1	***(0,75 điểm)***	
		$x^2+7x+6=x^2+x+6x+6=x(x+1)+6(x+1)$	0.5
		$=(x+1)(x+6)$	0,5
	1.2	***(1,25 điểm)***	
		$x^4+2008x^2+2007x+2008=x^4+x^2+2007x^2+2007x+2007+1$	0,25
		$=x^4+x^2+1+2007(x^2+x+1)=(x^2+1)^2-x^2+2007(x^2+x+1)$	0,25
		$=(x^2+x+1)(x^2-x+1)+2007(x^2+x+1)=(x^2+x+1)(x^2-x+2008)$	0,25
2.			***2,0***
	2.1	$x^2-3x+2+\lvert x-1\rvert=0$ (1) + Nếu $x\ge 1$: (1) $\Leftrightarrow (x-1)^2=0 \Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn điều kiện $x\ge 1$).	0,5
		+ Nếu $x<1$: (1) $\Leftrightarrow x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow x^2-x-3(x-1)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-3)=0$ $\Leftrightarrow x=1;\ x=3$ (cả hai đều không bé hơn 1, nên bị loại) Vậy: Phương trình (1) có một nghiệm duy nhất là $x=1$.	0,5
	2.2	$8\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+4\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-4\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=(x+4)^2$ (2) Điều kiện để phương trình có nghiệm: $x\neq 0$ $(2)\Leftrightarrow 8\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+4\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)\left[\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-\left(x+\frac{1}{x}\right)^2\right]=(x+4)^2$	0,25
		$\Leftrightarrow 8\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-8\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)=(x+4)^2 \Leftrightarrow (x+4)^2=16$	0,5
		$\Leftrightarrow x=0$ *hay* $x=-8$ và $x\neq 0$. Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x=-8$	0,25

Đáp án và hướng dẫn chấm thi học sinh giỏi

Năm học 2008 - 2009

Môn: Toán 8

Bài 1: *(4 điểm)*

a) Điều kiện: $x \neq \pm y;\ y \neq 0$ *(1 điểm)*

b) $A = 2x(x+y)$ *(2 điểm)*

c) Cần chỉ ra giỏ trị lớn nhất của A, từ đú tõm được tất cả cỏc giỏ trị nguyờn dương của A

+ Từ (gt): $3x^2 + y^2 + 2x - 2y = 1 \Rightarrow 2x^2 + 2xy + x^2 - 2xy + y^2 + 2(x - y) = 1$

$\Rightarrow 2x(x + y) + (x - y)^2 + 2(x - y) + 1 = 2 \Rightarrow A + (x - y + 1)^2 = 2$

$\Rightarrow A = 2 - (x - y + 1)^2 \leq 2$ (do $(x - y + 1) \geq 0$ (với mọi x ; y) $\Rightarrow A \leq 2$. *(0,5đ)*

+ A = 2 khi $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x(x+y) = 2 \\ x \neq \pm y; y \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{2} \\ y = \dfrac{3}{2} \end{cases}$

+ A = 1 khi $\begin{cases} (x - y + 1)^2 = 1 \\ 2x(x+y) = 1 \\ x \neq \pm y; y \neq 0 \end{cases}$ Từ đú, chỉ cần chỉ ra được một cặp giỏ trị của x và y, chẳng

hạn: $\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{2} - 1}{2} \\ y = \dfrac{\sqrt{2} + 3}{2} \end{cases}$

+ Vậy A chỉ cú thể cú 2 giỏ trị nguyờn dương là: A = 1; A = 2 *(0,5 điểm)*

Bài 2: (4 điểm)

a) $\dfrac{x+11}{115} + \dfrac{x+22}{104} = \dfrac{x+33}{93} + \dfrac{x+44}{82}$

$\Leftrightarrow (\dfrac{x+11}{115} + 1) + (\dfrac{x+22}{104} + 1) = (\dfrac{x+33}{93} 1) + (\dfrac{x+44}{82} + 1)$ *(1 điểm)*

$\Leftrightarrow \dfrac{x+126}{115} + \dfrac{x+126}{104} = \dfrac{x+126}{93} + \dfrac{x+126}{82}$

$\Leftrightarrow \dfrac{x+126}{115} + \dfrac{x+126}{104} - \dfrac{x+126}{93} - \dfrac{x+126}{82} = 0$ *(0,5 điểm)*

$\Leftrightarrow ...$

$\Leftrightarrow x + 126 = 0$

$\Leftrightarrow x = -126$ *(0,5 điểm)*

b) $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx = 0$

$\Leftrightarrow (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = 0$ *(0,75 điểm)*

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \\ z - x = 0 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow x = y = z$

$\Leftrightarrow x^{2009} = y^{2009} = z^{2009}$ *(0,75 điểm)*

Thay vào điều kiện (2) ta cú $3.z^{2009} = 3^{2010}$

$\Leftrightarrow z^{2009} = 3^{2009}$

$\Leftrightarrow z = 3$

Vậy x = y = z = 3 *(0,5 điểm)*

<u>Bài 3</u> *(3 điểm)*

Cần chứng minh: $n^5 - n \vdots 10$

- Chứng minh : $n^5 - n \vdots 2$

$n^5 - n = n(n^2 - 1)(n^2 + 1) = n(n - 1)(n + 1)(n^2 + 1) \vdots 2$ (vỡ n(n — 1) là tớch của hai số nguyờn liờn tiếp) *(1 điểm)*

- Chứng minh: $n^5 - n \vdots 5$

$n^5 - n = ... = n(n - 1)(n + 1)(n^2 - 4 + 5)$

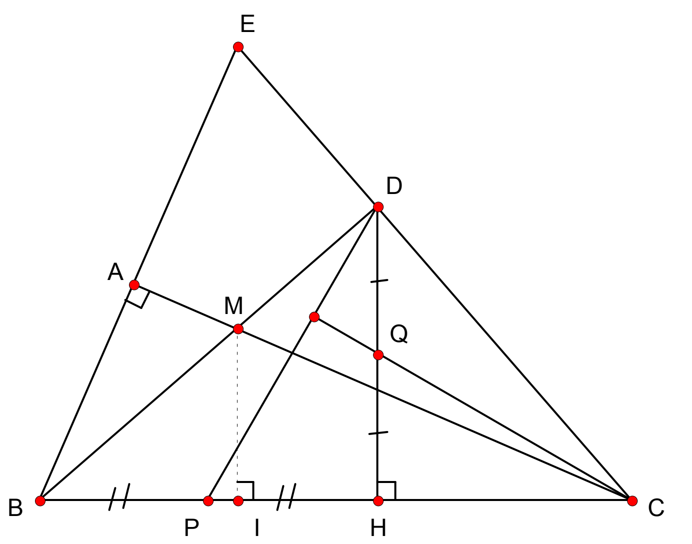
$= n(n - 1)(n + 1)(n - 2)(n + 2) + 5n(n - 1)(n + 1)$

lý luận dẫn đến tổng trờn chia hết cho 5 *(1,25 điểm)*

- Vỡ (2 ; 5) = 1 nờn $n^5 - n \vdots 2.5$ tức là $n^5 - n \vdots 10$

Suy ra n^5 và n cú chữ số tận cũng giống nhau. *(0,75 điểm)*

<u>Bài 4:</u> *6 điểm*



Câu a: *2 điểm*

* Chứng minh EA.EB = ED.EC *(1 điểm)*

- Chứng minh Δ EBD đồng dạng với Δ ECA (gg) *0,5 điểm*

- Từ đó suy ra $\dfrac{EB}{EC} = \dfrac{ED}{EA} \Rightarrow EA.EB = ED.EC$ *0,5 điểm*

* Chứng minh $\widehat{EAD} = \widehat{ECB}$ *(1 điểm)*

- Chứng minh Δ EAD đồng dạng với Δ ECB (cgc) *0,75 điểm*

- Suy ra $\widehat{EAD} = \widehat{ECB}$ *0,25 điểm*

Câu b: *1,5 điểm*

- Từ $\widehat{BMC} = 120^o \Rightarrow \widehat{AMB} = 60^o \Rightarrow \widehat{ABM} = 30^o$ *0,5 điểm*

- Xét Δ EDB vuông tại D có $\widehat{B} = 30^o$

$\Rightarrow$ ED = $\frac{1}{2}$ EB $\Rightarrow \frac{ED}{EB} = \frac{1}{2}$ *0,5 điểm*

- Lý luận cho $\frac{S_{EAD}}{S_{ECB}} = \left(\frac{ED}{EB}\right)^2$ từ đó $\Rightarrow$ $S_{ECB} = 144\ cm^2$ *0,5 điểm*

Câu c: *1,5 điểm*

- Chứng minh ΔBMI đồng dạng với ΔBCD (gg) *0,5 điểm*
- Chứng minh CM.CA = CI.BC *0,5 điểm*
- Chứng minh BM.BD + CM.CA = BC^2 có giá trị không đổi *0,5 điểm*

Cách 2: Có thể biến đổi BM.BD + CM.CA = $AB^2 + AC^2 = BC^2$

Câu d: *2 điểm*

- Chứng minh ΔBHD đồng dạng với ΔDHC (gg) *0,5 điểm*

$\Rightarrow \frac{BH}{DH} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{2BP}{2DQ} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{BP}{DQ} = \frac{BD}{DC}$ *0,5 điểm*

- Chứng minh ΔDPB đồng dạng với ΔCQD (cgc)

$$\left.\begin{aligned} &\Rightarrow \widehat{BDP} = \widehat{DCQ} \\ &ma`\,\widehat{BDP} + \widehat{PDC} = 90^o \end{aligned}\right\} \Rightarrow CQ \perp PD$$ *1 điểm*

<u>Bài 5:</u> *(2 điểm)*

a) vỡ x, y cựng dấu nờn xy > 0, do đú $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ $(*)$ $\Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy$

$\Leftrightarrow (x-y)^2 \geq 0$ (**). Bất đẳng thức (**) luụn đỳng, suy ra bđt (*) đỳng (đpcm) *(0,75đ)*

b) Đặt $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = t$

$\Rightarrow \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} = t^2 - 2$ *(0,25đ)*

Biểu thức đó cho trở thành $P = t^2 — 3t + 3$

$P = t^2 — 2t — t + 2 + 1 = t(t — 2) — (t — 2) + 1 = (t — 2)(t — 1) + 1$ *(0,25đ)*

- Nếu x; y cựng dấu, theo c/m cõu a) suy ra $t \geq 2$. $\Rightarrow$ $t — 2 \geq 0$; $t — 1 > 0 \Rightarrow (t-2)(t-1) \geq 0$

$\Rightarrow P \geq 1$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi t = 2 $\Leftrightarrow$ x = y (1) *(0,25đ)*

- Nếu x; y trỏi dấu thỡ $\frac{x}{y} < 0$ và $\frac{y}{x} < 0$ $\Rightarrow t < 0 \Rightarrow$ $t — 1 < 0$ và $t — 2 < 0$

$\Rightarrow (t-2)(t-1) > 0 \Rightarrow P > 1$ (2) *(0,25đ)*

- Từ (1) và (2) suy ra: Với mọi $x \neq 0$; $y \neq 0$ thỡ luụn cú $P \geq 1$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi x = y. Vậy giỏ trị nhỏ nhất của biểu thức P là P_m=1 khi x=y

Kiểm tra chất lượng học sinh giỏi năm học 2008 — 2009

Đáp án, biểu điểm, hướng dẫn chấm

Môn Toán 8

Nội dung	Điểm
Bài 1 (3 điểm)	
Có $a^4+\frac{1}{4}=\left(a^2+\frac{1}{2}\right)^2-a^2=\left(a^2+a+\frac{1}{2}\right)\left(a^2-a+\frac{1}{2}\right)$	1,0
Khi cho a các giá trị từ 1 đến 30 thì: Tử thức viết được thành $(1^2+1+\frac{1}{2})(1^2-1+\frac{1}{2})(3^2+3+\frac{1}{2})(3^2-3+\frac{1}{2})\ldots\ldots.(29^2+29+\frac{1}{2})(29^2-29+\frac{1}{2})$	0,5
Mẫu thức viết được thành $(2^2+2+\frac{1}{2})(2^2-2+\frac{1}{2})(4^2+4+\frac{1}{2})(4^2-4+\frac{1}{2})\ldots\ldots(30^2+30+\frac{1}{2})(30^2-30+\frac{1}{2})$	0,5
Mặt khác $(k+1)^2-(k+1)+\frac{1}{2}=\ldots\ldots\ldots\ldots=k^2+k+\frac{1}{2}$	0,5
Nên $A=\dfrac{1^2-1+\frac{1}{2}}{30^2+30+\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{1861}$	0,5
Bài 2: 4 điểm	
ý a: 2 điểm	
-Có ý tưởng tách, thêm bớt hoặc thể hiện được như vậyđể sử dụng bước sau	0,5
-Viết đúng dạng bình phương của một hiệu	0,5
- Viết đúng bình phương của một hiệu	0,5
- Lập luận và kết luận đúng	0,5
ý b: 2 điểm	
Phân tích đúng tủ thức thành nhân tử	1,0
Rút gọn và kết luận đúng	1,0
Bài 3 : 4 điểm	
*Từ $2a + b \le 4$ và $b \ge 0$ ta có $2a \le 4$ hay $a \le 2$	1,0
Do đó $A=a^2 - 2a - b \le 0$	0,5
Nên giá trị lớn nhất của A là 0 khi a=2và b=0	0,5
* Từ $2a + 3b \le 6$ suy ra $b \le 2 - \frac{2}{3}a$	1,0
Do đó $A \ge a^2 — 2a — 2 + \frac{2}{3}a = (a-\frac{2}{3})^2 - \frac{22}{9} \ge -\frac{22}{9}$	0,5
Vậy A có giá trị nhỏ nhất là $-\frac{22}{9}$ khi $a = \frac{2}{3}$ và $b = \frac{2}{3}$	0,5
Bài 4 : 3 điểm	
- Chọn ẩn và đạt điều kiện đúng	0,25
- Biểu thị được mỗi đại lượng theo ẩn và số liệu đã biết(4 đại lượng)	0,25 x 4
- Lập được phương trình	0,25
- Giải đúng phương trình	0,5
- Đối chiếu và trả lời đúng thời gian của 1 ô tô	0,5
- Lập luận , tính và trả lời đúng thời gian của ô tô còn lại	0,5
Bài 5 : 6 điểm	
ý a : 2 điểm	

Chứng minh được 1 cặp góc bằng nhau	1.0	
Nêu được cặp góc	0,5	

bằng nhau còn lại		
Chỉ ra được hai tam giác đồng dạng	0,5	
ý b : 2 điểm		
Từ hai tam giác đồng dạng ở ý a suy ra đúng tỉ số cặp cạnh AH / OM	0,5	
Tính đúng tỉ số cặp cạnh AG / GM	0,5	
Chỉ ra được cặp góc bằng nhau	0,5	
Kết luận đúng 2 tam giác đồng dạng	0,5	
ý c : 2 điểm		
- Từ hai tam giác đồng dạng ở câu b suy ra góc AGH = góc MGO (1)		0,5
- Mặt khác góc MGO + Góc AGO = 180^0(2)		0,5
- Từ (1) và (2) suy ra góc AGH + góc AGO = 180^0		0,5
- Do đó H, G, O thẳng hàng		0,5

Chú ý: -*Các cách giải khác nếu đúng chấm điểm tương tự theo các bước của từng bài*

`-*Điểm của bài làm là tổng số điểm của các bài HS làm được, không làm tròn*